

Propagation et interférences

-  Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
-  Difficulté technique et calculatoire ;
-  Exercice classique et/ou important.

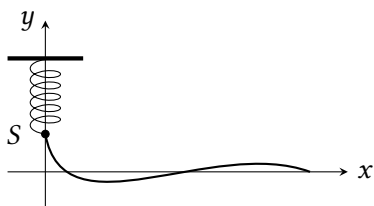
Flasher ou cliquer
pour accéder
au corrigé



Se préparer

Applications de cours

Ces applications de cours sont des briques élémentaires des raisonnements à mener dans les exercices : les maîtriser est incontournable. Elles sont toutes traitées de manière exhaustive dans le cours.



O4.1 - Considérons une corde tendue à l'horizontale, dont l'une des extrémités est attachée au bas d'un ressort vertical. À l'instant $t = 0$, une petite impulsion est donnée au point S de sorte qu'il oscille verticalement de manière amortie :

$$y_S(t) = H e^{-t/\tau} \sin(\omega t)$$

- (a) Représenter la corde à un instant $t > 0$ et la position $y_M(t)$ d'un point M quelconque au cours du temps.
- (b) Donner l'expression de l'ébranlement $\xi(x, t)$, c'est-à-dire l'écart entre la position à l'instant t et la position d'équilibre du point de la corde d'abscisse x .

O4.2 - Établir en fonction du déphasage l'expression de l'amplitude résultant de la superposition de deux ondes sinusoïdales de même amplitude. En déduire les conditions d'interférences constructives ou destructives. Le calcul sera mené en utilisant les représentations réelles.

O4.3 - Établir la formule de Fresnel en fonction du déphasage et en déduire les conditions d'interférences constructives ou destructives. Le calcul sera mené en utilisant les représentations complexes.

O4.4 - Établir l'expression de la différence de marche dans l'expérience des trous d'Young. En déduire l'allure de la figure d'interférences et établir l'expression de l'interfrange.

Cahier d'Entraînement



Le *Cahier d'Entraînement* est un projet collaboratif mené par des enseignants de CPGE, proposant aux étudiants des entraînements leur permettant de travailler en autonomie sur des techniques et « réflexes » utiles dans les exercices, en particulier calculatoires. Il est librement téléchargeable en scannant ou cliquant sur le QR-code ci-contre.

↪ pour ce chapitre : 2.13 et 2.14.

Ondes progressives

Exercice 1 : Propagation sur une corde



► Représentations graphiques.

En analysant la figure 1, déterminer la célérité de l'onde le long de la corde et l'abscisse du point pour lequel le pointage vidéo est réalisé.

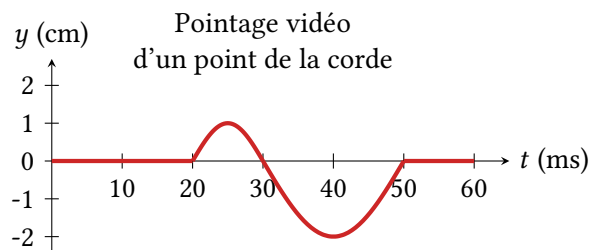
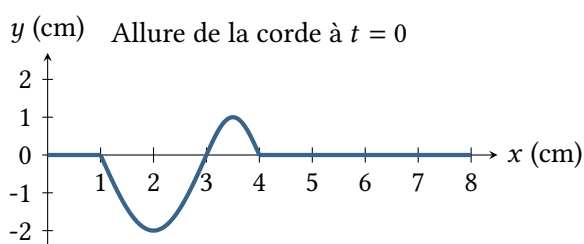
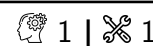


Figure 1 – Propagation d'une onde sur une corde.

Exercice 2 : Propagation sur une cuve à ondes



► Expressions d'une onde progressive.

Une cuve à ondes est un dispositif expérimental permettant de visualiser les ondes à la surface d'une couche d'eau de faible épaisseur (typiquement 1 cm), voir figure 2. Les oscillations d'une pointe vibrante mettent la surface en mouvement, et par un jeu de miroir, on obtient une image de la surface de l'eau. En synchronisant la fréquence des flashes du stroboscope avec celle de la pointe, l'image apparaît fixe. Elle est claire là où la surface de l'eau est convexe (en bosse) et foncée là où elle est concave (en creux). Ainsi, le niveau de gris indique la hauteur d'eau dans la cuve.

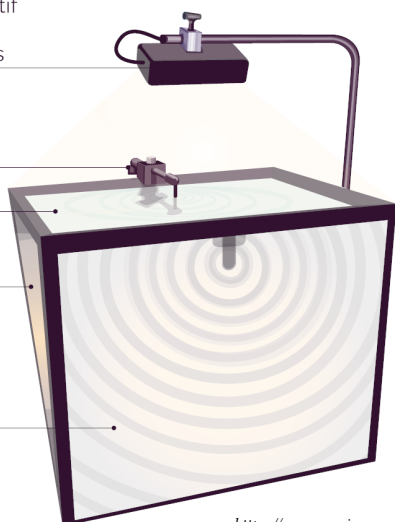
stroboscope : dispositif qui délivre des flash lumineux périodiques

générateur d'ondes

plan d'eau

miroir

visualisation sur un écran des ondes générées sur le plan d'eau



<https://www.maxicours.com>

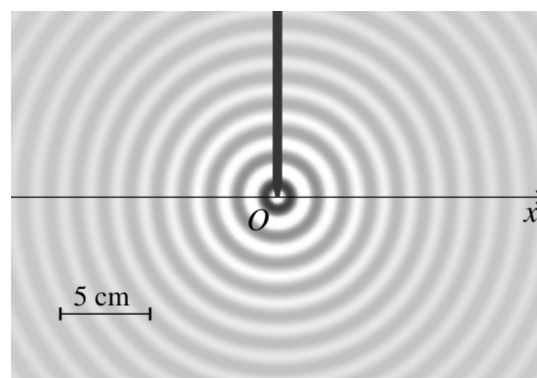


Figure 2 – Ondes à la surface d'une cuve à ondes.

- 1 - Le vibreur oscille à $f = 20$ Hz. En mesurant sur la figure, déterminer la longueur d'onde. En déduire la célérité.
- 2 - Supposons l'onde harmonique, d'amplitude A_0 imposée par la pointe. Donner une expression mathématique pour la variation de hauteur d'eau $h(x, t)$ par rapport à l'équilibre. Distinguer les cas $x < 0$ et $x > 0$. Pourquoi cette modélisation n'est-elle pas satisfaisante ?

Une forme d'onde plus pertinente est celle d'une onde circulaire, écrite en coordonnées polaires de centre O ,

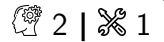
$$h(r, t) = A(r) \cos(\omega t - kr).$$

La conservation de l'énergie d'une vaguelette implique que l'énergie moyenne traversant un cercle de rayon r est indépendante de r , ce qui se traduit mathématiquement par

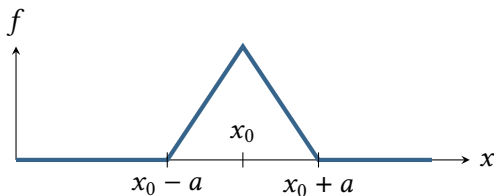
$$\int_0^{2\pi} \langle h(r, t)^2 \rangle r d\theta = \text{cte}.$$

3 - En déduire l'expression de $A(r)$, sachant que la pointe de rayon b oscille avec une amplitude A_0 .

Exercice 3 : Réflexion sur un point fixe



- Expressions d'une onde progressive ;
- Représentations graphiques.



Une corde de grande longueur, attachée en un point fixe O , est tendue le long d'un axe (Ox) dans le demi-espace $x > 0$. Une onde $\xi(x, t)$ se propage le long de la corde vers le point O à la célérité c . La forme de la corde à l'instant $t = 0$ est décrite par une fonction $f(x)$ dont la courbe représentative est donnée ci-contre.

1 - À quel instant t_0 la perturbation atteint-elle le point O ? Donner l'expression de l'ébranlement $\xi(x, t)$ pour $t < t_0$ en utilisant la fonction f , qu'on ne cherchera pas à exprimer.

Lorsqu'elle atteint le point O , la perturbation s'y réfléchit et repart en sens inverse. Pour $t > t_0$, on cherche l'onde sous la forme

$$\xi(x, t) = f(x + ct) + g(x - ct).$$

2 - Pourquoi l'onde doit-elle être écrite sous forme d'une somme et pas seulement la fonction g ?

3 - Montrer que les conditions imposées à la corde impliquent $\forall u, g(u) = -f(-u)$. En déduire l'expression de $\xi(x, t)$ en fonction de f uniquement.

4 - Représenter l'allure de la corde aux instants $t_1 = x_0/c$ et $t_2 = 2x_0/c$.

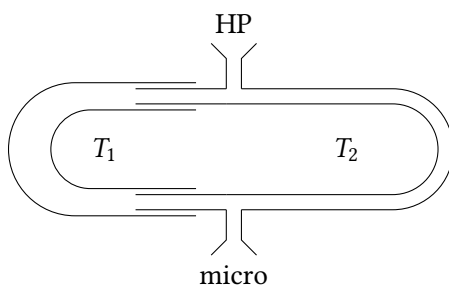
5 - Représenter l'évolution de l'ordonnée au cours du temps des points de la corde d'abscisse x_0 et $2x_0$.

Interférences à deux ondes

Exercice 4 : Trombone de König



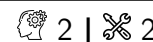
- Conditions d'interférences.



Le trombone de König est un dispositif de laboratoire permettant d'envoyer une onde acoustique dans deux tuyaux T_1 et T_2 . Un haut-parleur, alimenté par un générateur basses fréquences, émet un son de fréquence $f = 1,5 \text{ kHz}$. Un microphone branché sur un oscilloscope enregistre le signal sonore en sortie. En déplaçant la partie mobile du tuyau T_1 , on fait varier l'amplitude du signal observé. Elle passe deux fois de suite par une valeur minimale lorsqu'on déplace T_1 de $d = 11,5 \pm 0,2 \text{ cm}$.

Question : Déterminer la vitesse du son dans l'air.

Exercice 5 : Écoute musicale et interférences



- ▷ Retard temporel et déphasage ;
- ▷ Conditions d'interférences.

La qualité de l'écoute musicale que l'on obtient avec une chaîne hi-fi dépend de la manière dont les enceintes sont disposées par rapport à l'auditeur. En particulier, il faut absolument éviter la configuration où un mur se trouve à distance D trop courte derrière l'auditeur. Cet exercice a pour but de comprendre pourquoi.

Supposons l'onde issue de l'enceinte harmonique de fréquence f . Elle se réfléchit sur le mur sans aucun déphasage. On note $c = 343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ la vitesse du son dans l'air.

1 - En vous aidant d'un schéma clair, exprimer le retard τ qui existe entre les deux ondes arrivant dans l'oreille de l'auditeur, celle provenant directement de l'enceinte et celle s'étant réfléchi sur le mur. En déduire le déphasage $\Delta\phi$ entre les deux ondes.

2 - Expliquer pourquoi il existe un risque de diminution de l'amplitude perçue par l'auditeur pour certaines fréquences. Exprimer ces fréquences en fonction d'un entier p . Quelle condition doit vérifier la distance D pour qu'aucune d'entre elles ne soit dans le domaine audible ? Commenter.

3 - Expliquer qualitativement pourquoi on évite l'effet nuisible en éloignant l'auditeur du mur. Pourquoi recouvrir le mur d'un revêtement adéquat aura-t-il le même effet ?

On cherche maintenant à mesurer l'efficacité d'un tel revêtement. Un micro sensible à la surpression est placé à une distance D du mur, puis un haut-parleur envoie un signal appelé *bruit blanc* dont le spectre contient toutes les fréquences avec la même amplitude. La courbe obtenue est représentée figure 3. D'allure très caractéristique, elle est appelée « courbe en peigne ». Elle représente en fonction de la fréquence la différence de niveau sonore en décibel par rapport à une situation de référence, cette différence ΔI_{dB} étant relié à l'amplitude A du signal sonore par

$$\Delta I_{\text{dB}} = 20 \log \frac{A}{A_{\text{réf}}}.$$

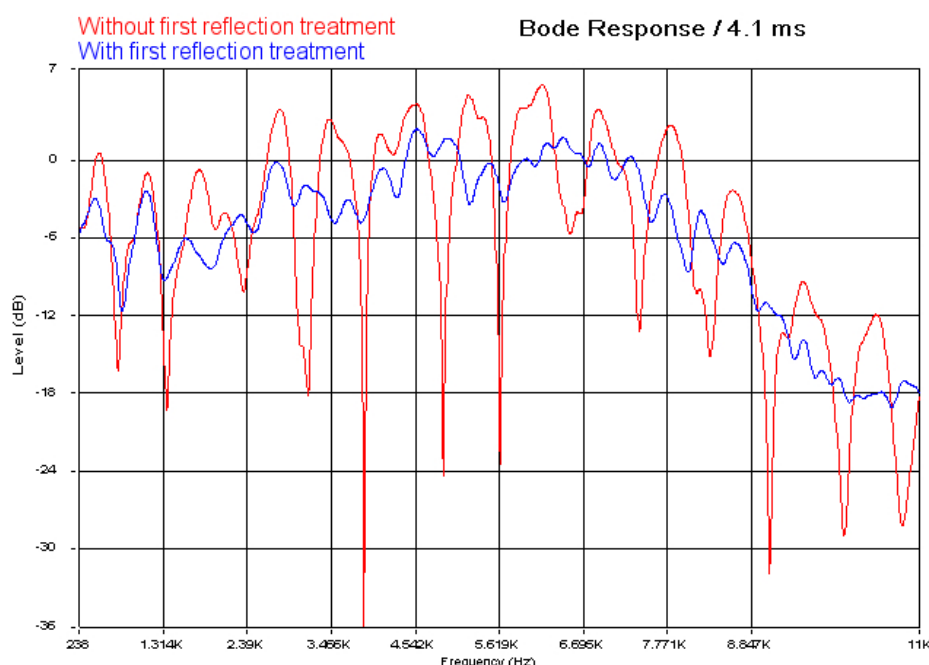


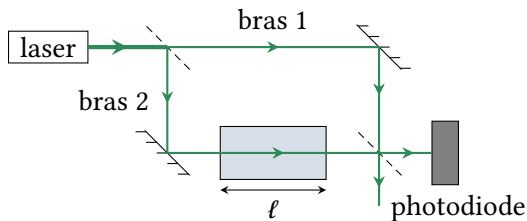
Figure 3 – Courbe en peigne enregistrée à distance D du mur. Les échelles sont de 1,077 kHz/div en abscisse et 6 dB/div en ordonnée. Source : <http://realtraps.com/>

4 - Calculer numériquement la distance D .

5 - Lorsqu'il y a superposition de deux ondes de même amplitude A_0 , quelle est, en dB, l'augmentation maximale de l'amplitude ? Que peut-on donc dire du choix de l'amplitude de référence au vu de la courbe ?

Exercice 6 : Mesure de l'indice optique du méthane

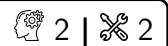
- Chemin optique ;
- Ordre d'interférences.



Un interféromètre de Mach-Zehnder, schématisé ci-contre, est composé de deux miroirs et de deux lames semi-réfléchissantes, qui transmettent la moitié de l'intensité lumineuse et réfléchissent l'autre moitié. L'interféromètre est éclairé par un laser de longueur d'onde $\lambda = 532 \text{ nm}$, et une photodiode mesure l'intensité dans l'une des voies de sortie de l'interféromètre.

Une cuve fermée de longueur $\ell = 10,0 \text{ cm}$ est placée dans l'un des bras. Cette cuve contient initialement de l'air, d'indice optique n_{air} , progressivement remplacé par du méthane d'indice $n_{\text{CH}_4} > n_{\text{air}}$. Au cours de l'opération, la photodiode permet d'observer le défilement de 32 franges.

- 1 - Exprimer l'ordre d'interférence p_{air} lorsque la cuve est remplie d'air en fonction des longueurs géométriques L_1 et L_2 des bras de l'interféromètre, a priori différentes¹.
- 2 - Exprimer de même l'ordre p_{CH_4} lorsque la cuve est remplie de méthane.
- 3 - En déduire l'indice optique du méthane, sachant que $n_{\text{air}} = 1 + 2,78 \cdot 10^{-4}$.

Exercice 7 : Gyromètre à fibre optique

- Chemin optique ;
- Conditions d'interférences.

Un gyromètre optique, voir figure 4, est constitué par une bobine de fibre optique de rayon R , de longueur totale L , liée à un bâti en rotation à une vitesse angulaire Ω par rapport au référentiel terrestre, supposé galiléen. Ce dispositif permet de déterminer Ω avec une bonne précision. L'association de trois gyromètres et trois accéléromètres embarqués constitue une centrale inertielle, couramment utilisée dans les avions et les navires, par exemple pour contrôler le maintien d'un cap. De part son autonomie, ce système présente une complémentarité intéressante avec le positionnement GPS.

Un faisceau incident de longueur d'onde λ est envoyé sur une lame semi-réfléchissante, qui en transmet et en réfléchit la moitié. Ces deux ondes secondaires sont injectées dans la fibre optique d'indice n où elles se propagent en sens opposés, puis après avoir parcouru la totalité de la fibre elles reviennent sur la lame semi-réfléchissante et interfèrent. En raison de la rotation du dispositif, l'onde ① doit parcourir un peu plus d'un tour complet et l'onde ② un peu moins, ce qui induit un déphasage entre les deux ondes.

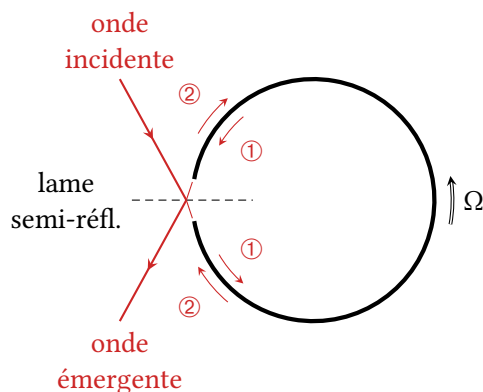


Figure 4 – Gyromètre optique.

1. Avoir des longueurs égales au sens des interférences impliquerait une précision de réglage nettement inférieure à la longueur d'onde, ce qui est difficilement réalisable en pratique. On part donc d'une situation où les longueurs des bras sont proches, mais pas rigoureusement égales.

1 - Donner la relation entre la distance ℓ_1 , le temps de parcours Δt_1 , et la vitesse de rotation Ω . En déduire que

$$\ell_1 = \frac{L}{1 - nR\Omega/c}.$$

2 - Montrer que dans la limite non-relativiste $R\Omega \ll c$ le déphasage entre les deux ondes qui interfèrent s'écrit

$$\Delta\phi = \frac{4\pi L}{\lambda} \frac{nR\Omega}{c}.$$

3 - En supposant le dispositif séparateur parfaitement équilibré et l'onde incidente d'intensité I_0 , donner l'intensité lumineuse I en sortie du dispositif de recombinaison en fonction de $\Delta\phi$. Peut-on déterminer le sens de rotation par simple mesure de I ?

4 - En pratique, il n'est possible de travailler que sur la première frange d'interférence, c'est-à-dire entre l'intensité maximale ($\Omega = 0$) et la première annulation ($\Omega = \Omega_{\max}$). Pourquoi? Déterminer la vitesse de rotation maximale $\Omega_{\max}$ mesurable par le dispositif.

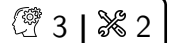
5 - On définit la sensibilité en intensité par

$$k = \frac{1}{I_0} \left| \frac{dI}{d\Omega} \right|.$$

L'exprimer en fonction de Ω notamment. Sur quels paramètres jouer pour l'améliorer? Quelle difficulté se pose pour la mesure de très faibles vitesses de rotation?

En pratique, différentes améliorations permettent de compenser ces difficultés intrinsèques et font du gyromètre à fibre optique un dispositif très performant et polyvalent. La bobine de fibre est évidemment dimensionnée en fonction de la mesure visée : des gyromètres dont la fibre mesurait plusieurs kilomètres ont par exemple été utilisés pour mesurer avec précision la vitesse de rotation de la Terre sur elle-même.

Exercice 8 : Corde de Melde



► Amplitude résultant d'une superposition d'ondes.

On s'intéresse dans cet exercice à l'expérience de la *corde de Melde* : une corde tendue de longueur L est fixée à son extrémité située en $z = L$. Un vibreur impose en $z = 0$ une oscillation sinusoïdale de pulsation ω , générant une onde plane progressive harmonique sur la corde. Lorsque cette onde atteint l'extrémité fixe en $z = L$, elle se réfléchit avec la même amplitude et un déphasage noté 2φ , et se superpose à l'onde incidente. On écrit l'onde incidente et l'onde réfléchie sous la forme²

$$\xi_i(z, t) = a \cos(\omega t - kz - \varphi) \quad \text{et} \quad \xi_r(z, t) = a \cos(\omega t + kz + \varphi).$$

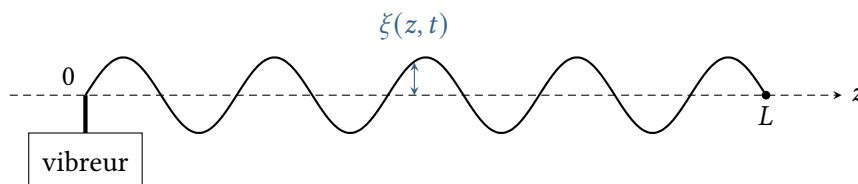


Figure 5 – Dispositif de la corde de Melde.

1 - Exprimer l'onde totale $\xi(z, t)$ sur la corde. S'agit-il d'une onde progressive?

2 - Montrer que certains points de la corde, appelés *nœuds*, ne vibrent pas du tout, alors que d'autres, appelés *ventres*, vibrent avec une amplitude maximale. Interpréter qualitativement. Déterminer leurs positions en fonction de la longueur d'onde. Quelle distance sépare deux nœuds ou deux ventres consécutifs?

2. La notation 2φ pour le déphasage et la façon dont il intervient dans les ondes incidente et réfléchie peut paraître bizarre, mais permet d'alléger les calculs par la suite.

3 - On suppose dans un premier temps que l'amplitude de vibration imposée par le vibreur est négligeable : on a donc $\xi(0, t) = \xi(L, t) = 0$.

— 3.a - Montrer que $\varphi = -\pi/2$ convient.

— 3.b - En déduire que l'onde ne peut exister que si le nombre d'onde k prend certaines valeurs discrètes, à exprimer en fonction de L et d'un entier $n > 0$. En déduire les fréquences correspondantes. Ces ondes sont appelées *modes propres* de la corde, et les fréquences associées *fréquences propres*.

— 3.c - Représenter l'allure de la corde à différents instants pour $n = 3$.

4 - Le fait que seules certaines fréquences puissent donner lieu à des ondes existant sur la corde est peu réaliste : il est nécessaire de prendre en compte l'amplitude de vibration du vibreur $\xi(0, t) = A \cos(\omega t)$.

— 4.a - Montrer que

$$\xi(z, t) = A \frac{\sin(k(L - z))}{\sin(kL)} \cos(\omega t)$$

— 4.b - Déterminer le nombre de nœuds observables sur la corde en fonction de la fréquence d'excitation.

— 4.c - Qu'observe-t-on lorsque la fréquence imposée par le vibreur est une fréquence propre de la corde ?

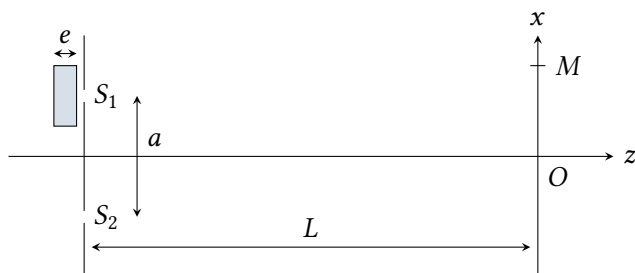
Dispositifs d'Young et analogues

Exercice 9 : Homogénéité d'indice

oral banque PT | 1 | 2 | 3



- Calcul de différence de marche ;
- Chemin optique et indice optique.



Un dispositif de trous d'Young est utilisé afin de vérifier l'homogénéité d'indice d'une lame mince transparente. Le dispositif est éclairé en incidence normale grâce à une source ponctuelle monochromatique S placée au foyer objet d'une lentille mince convergente. Les deux trous sont distants de a . L'observation se fait sur un écran parallèle au plan des trous situé à grande distance de ceux-ci.

1 - Tracer la marche des deux rayons lumineux issus de la source et interférant en $M(x, y, 0)$ puis déterminer la différence de marche $\delta = (SM)_2 - (SM)_1$ en l'absence de lame. Rappeler l'expression de l'éclairement $E(x)$ sur l'écran, et décrire la figure d'interférences observée. En déduire l'interfrange i .

2 - La lame d'indice n , supposée pour l'instant homogène, est à présent placée devant le trou S_1 : déterminer la nouvelle différence de marche en M . Quel est l'effet sur la figure d'interférences ?

3 - La lame n'est plus supposée homogène. On constate expérimentalement en déplaçant la lame parallèlement aux trous de telle sorte que chaque point de la lame ait été éclairé le défilement en O de quatre interfranges au maximum (défilement entre les valeurs minimale et maximale de l'indice). Déterminer, en fonction de λ et e , l'écart $\Delta n = n_{\max} - n_{\min}$ entre les valeurs extrêmes de l'indice de réfraction de la lame. Calculer $\Delta n/n$ et conclure.

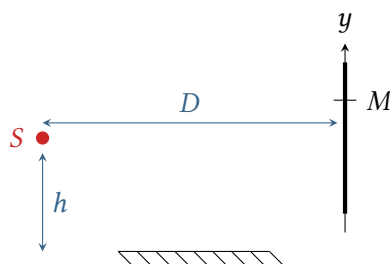
Données : $\lambda = 579,0 \text{ nm}$, $e = 2,000 \text{ mm}$ et $n = 1,598$.

Exercice 10 : Miroir de Lloyd

oral CCINP MP | 2 | 2 | 2



- Calcul de différence de marche ;
- Interfrange.



Le dispositif de Lloyd permet d'obtenir des interférences à deux ondes. Il consiste en un miroir plan et un écran, éclairés par une source S supposée ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde λ placée très proche du miroir. On indique que la réflexion sur le miroir entraîne un déphasage de π de l'onde réfléchie, ou de façon équivalente augmente le chemin optique de $\lambda/2$.

1 - Montrer que le dispositif est équivalent à des trous d'Young. On pourra faire intervenir l'image S' de la source S par le miroir.

2 - Déterminer au point M la différence de marche, l'ordre d'interférences et l'intensité. En déduire l'interfrange i .

3 - On décale la source de Δh et on mesure $i' = 1,5i$. Décrire la nouvelle figure d'interférences et exprimer la longueur d'onde λ en fonction des données du problème³.

Exercice 11 : Bientilles de Billet

3 | 2



- Formation d'image par une lentille ;
- Calcul de différence de marche ;
- Interfrange.

Le dispositif des bientilles de Billet, schématisé figure 6, est élaboré à partir d'une lentille convergente L de centre O , d'axe optique (Oz) , de rayon R et de distance focale f' . Cette lentille est coupée en deux dans le plan (Oyz) , formant ainsi deux demi-lentilles L_1 et L_2 . Chaque demi-lentille se comporte exactement comme une lentille ayant son propre centre optique et ses propres foyers.

Les demi-lentilles sont translatées symétriquement suivant (Ox) pour les séparer d'une distance Δ . Dans le repère $(Oxyz)$, les centres optiques O_1 et O_2 ont alors pour coordonnées $(\pm\Delta/2, 0, 0)$. Ce dispositif est éclairé par une source monochromatique ponctuelle S située à distance $L = 2f'$ de O . Un cache opaque permet de bloquer la lumière ne passant pas par les demi-lentilles.

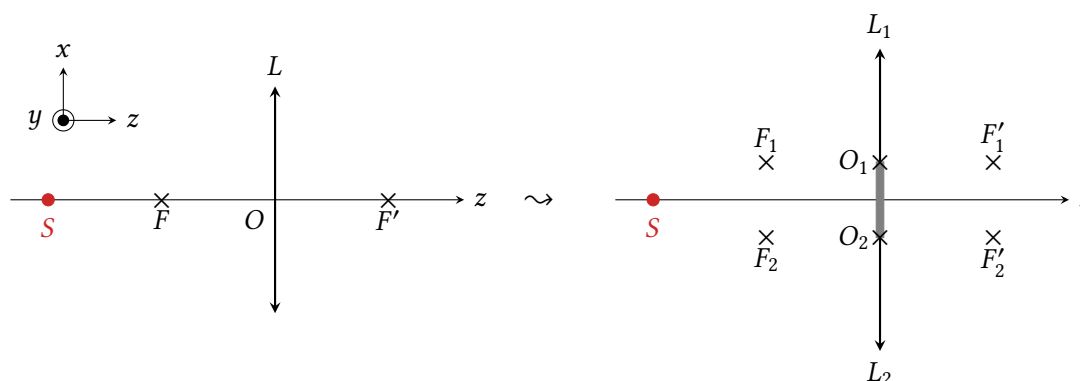


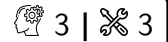
Figure 6 – Bientilles de Billet.

1 - Construire sur un schéma propre les deux images S_1 et S_2 de S par les lentilles L_1 et L_2 . Attention à laisser de la place à droite de la figure et à respecter à peu près les proportions de la figure de l'énoncé concernant la taille de la lentille.

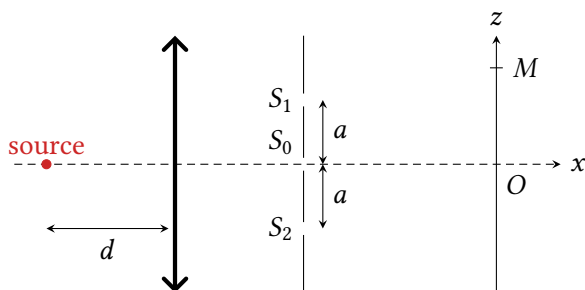
3. L'énoncé rapporté par le candidat n'est pas très clair sur ce qui est ou n'est pas connu : pour une réalisation pratique de l'expérience, c'est la hauteur h qui est difficile à connaître précisément et qu'on cherchera à éliminer des calculs. En revanche, il n'y a pas de souci à mesurer Δh .

- 2 - Déterminer analytiquement la distance a séparant S_1 et S_2 ainsi que la distance séparant la droite (S_1S_2) et le plan des demi-lentilles.
- 3 - Justifier que S_1 et S_2 se comportent comme deux sources secondaires à même de générer une figure d'interférences, et indiquer sur le schéma le domaine de l'espace dans lequel ces interférences sont observables.
- 4 - Calculer en fonction du rayon r de la lentille la distance minimale $D_{\min}$ à laquelle il faut placer un écran d'observation pour observer des interférences. Cette distance sera comptée à partir des demi-lentilles.
- 5 - On place un écran à une distance $D > D_{\min}$ des demi-lentilles. Établir l'expression de l'intensité lumineuse sur l'écran et celle de l'interfrange.
- 6 - On recule la source S par rapport aux demi-lentilles. Comment évolue la figure d'interférences ?

Exercice 12 : Montage à trois fentes d'Young



- Calcul de différence de marche ;
- Démonstration de la formule de Fresnel ;
- Représentation complexe.



Considérons un montage à trois fentes d'Young, séparées d'une distance a . L'observation est faite sur un écran placé à grande distance d des fentes. Une source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde λ est placée au foyer objet d'une lentille convergente, ce qui permet d'éclairer les trois fentes en phase.

Les ondes lumineuses sont décrites dans le formalisme complexe, en posant $\underline{s}_0(M) = A_0$ l'amplitude complexe au point M de l'onde ayant traversé la fente S_0 .

- 1 - Montrer que l'onde issue de S_2 a pour amplitude complexe au point M $\underline{s}_2(M) = A_0 e^{i(\varphi(z)+\psi)}$, avec $\varphi(z)$ une fonction linéaire et ψ un terme constant à déterminer en fonction des données.
- 2 - En déduire sans calcul l'amplitude complexe $\underline{s}_1(M)$ de l'onde issue de la fente S_1 .
- 3 - Exprimer l'amplitude complexe totale au point M , puis calculer l'intensité $I(M)$ en fonction de φ et ψ .
- 4 - On suppose la distance d suffisamment grande pour pouvoir approximer $\cos \psi = 1$ (régime dit de Fraunhofer). Représenter graphiquement I en fonction de φ . Comparer au cas où le point M serait éclairé par deux fentes d'Young seulement (fente S_0 obstruée).