

Lois de Newton

I - Décrire le mouvement d'un point

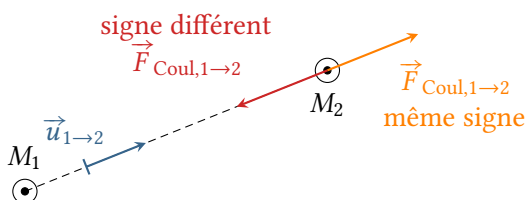
- **Modèle du point matériel** : néglige l'extension et l'orientation du solide ($\leadsto$ validité limitée)
- **Référentiels galiléens** :
 - ▷ définition : référentiel tel qu'un point matériel isolé y a un mouvement rectiligne uniforme (ppe d'inertie);
 - ▷ existence = postulat (première loi de Newton);
 - ▷ un référentiel est galiléen tant qu'on peut négliger son mouvement par rapport à un référentiel « plus grand » $\leadsto$ critères sur la durée des mouvements.
- **Coordonnées cartésiennes** : repère fixe $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z \quad \vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{x}\vec{e}_x + \dot{y}\vec{e}_y + \dot{z}\vec{e}_z \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \ddot{x}\vec{e}_x + \ddot{y}\vec{e}_y + \ddot{z}\vec{e}_z$$

- ▷ le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire : $\vec{v} = v\vec{u}_T$;
- ▷ dimensionnellement : $[v] = \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $[a] = \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

II - Actions mécaniques

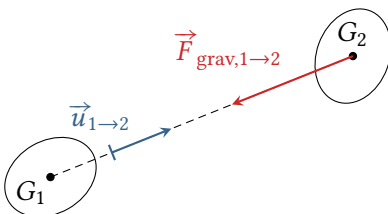
- **Principe des actions réciproques** : $\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = -\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$
- **Force de Coulomb** :



$$\vec{F}_{\text{Coulomb},1 \rightarrow 2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{1 \rightarrow 2}$$

- ▷ q_1, q_2 : charges des deux particules;
- ▷ $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$: permittivité diélectrique du vide;
- ▷ r : distance $M_1 M_2$;
- ▷ $\vec{u}_{1 \rightarrow 2}$: vecteur unitaire dirigé de 1 vers 2.

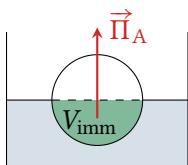
- **Force gravitationnelle** :



$$\vec{F}_{\text{grav},1 \rightarrow 2} = -\mathcal{G} \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_{1 \rightarrow 2}$$

$\mathcal{G} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$: constante de gravitation (de Cavendish).

- **Poussée d'Archimède** :



$$\vec{\Pi}_A = -\rho_f V_{\text{imm}} \vec{g}$$

où ρ_f est la masse volumique du fluide et V_{imm} le volume immergé.

- **Force de frottement fluide** :

- ▷ objet petit et/ou faible vitesse : force linéaire $\vec{f} = -\lambda \vec{v}$;
- ▷ objet volumineux et/ou vitesse élevée : force quadratique $\vec{f} = -\mu v^2 \vec{u}_T = -\mu v \vec{v}$.

- **Des forces sans loi de force :**

- ▷ toutes les forces qui assurent une liaison ou un contact entre deux solides (réaction du support, tension d'un fil, etc.) dépendent des autres forces subies par le système ;
- ▷ elles n'ont donc pas d'expression générale et ne peuvent que se déduire des calculs ;
- ▷ rupture de contact (décollage, etc.) : annulation de la force de liaison.

- **Principe fondamental de la dynamique :** pour un point matériel.

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \sum \vec{F}$$

III - Étude de mouvements

- **Plan d'étude d'un problème de mécanique :**

- 1 **Système** à définir ;
- 2 **Référentiel galiléen** à identifier ;
- 3 **Schéma** correspondant à un instant quelconque, mais ni à l'instant initial ni à un instant particulier (sommet de la trajectoire, etc.) ;
- 4 Construction d'un **repère** adapté au problème et expression des **vecteurs cinématiques** dans ce repère et tenant compte des particularités du mouvement étudié (p.ex. mouvement plan, etc.) ;
- 5 **Bilan des actions mécaniques** et expression sur les vecteurs de base du repère choisi.
- 6 Application du **PFD** (ou autre théorème) pour en déduire l'équation du mouvement.

- **Intégration par séparation des variables :**

$\frac{dv_z}{dt} = -g \quad \rightsquigarrow \quad dv_z = -g dt \quad \rightsquigarrow \quad \int_{v_z(0)}^{v_z(t)} dv_z = -g \int_0^t dt$

tout ce qui dépend de t (pointant vers $v_z(t)$ et dt)
 tout ce qui dépend de v_z (pointant vers dv_z)

les bornes d'intégration coïncident avec la grandeur intégrée
 les bornes se correspondent : en bas ce que l'on connaît, en haut ce que l'on cherche

- **Vitesse limite :** vitesse constante atteinte après le régime transitoire.

- ▷ point de vue forces : $\sum \vec{F} = \vec{0}$ (cf. PFD avec $\vec{v} = v\vec{e}$) ;
- ▷ point de vue équation : solution particulière constante de l'équation du mouvement.

- **Adimensionnalisation d'une équation différentielle** (portant sur la vitesse)

- 1 Introduire deux grandeurs caractéristiques permettant de poser une vitesse et un temps adimensionnés,

$$v^* = \frac{v}{v_\infty} \quad \text{et} \quad t^* = \frac{t}{\tau},$$

- 2 Remplacer dans l'équation différentielle pour l'exprimer en fonction de v^* et t^* au lieu de v et t .

$$\frac{dv}{dt} = \frac{v_\infty}{\tau} \frac{dv^*}{dt^*} \quad (\text{se retrouve dimensionnellement})$$

- 3 En déduire τ et v_∞ en l'identifiant à une forme adimensionnée ne faisant plus apparaître de paramètres physiques, ici

$$\frac{dv^*}{dt^*} + (v^*)^2 = 1$$

- **Résolution numérique par le schéma d'Euler :**

▷ Passage à une relation de récurrence : dérivée $\mapsto$ taux d'accroissement

$$\frac{dv}{dt} + v^2 = 1 \quad \leadsto \quad \frac{v_{n+1} - v_n}{\Delta t} + v_n^2 = 1 \quad \leadsto \quad v_{n+1} = \dots$$

▷ Boucle **for** pour remplir terme à terme la liste `v` correctement initialisée.

```

1  ### PARAMETRES DE LA SIMULATION :
2  ...

4  ### INITIALISATION DES LISTES :
5  t = [n*dt for n in range(N)]      # tps adimensionné
6  v = [None for n in range(N)]      # vitesse adimensionnée
7      # tout est initialisé à None, c-a-d "rien du tout"

9  ### RELATION DE RECURRENCE
10 v[0] = 0 # condition initiale
11 for n in range(N-1):
12     v[n+1] = v[n] + dt * (1-v[n]**2)

14 ### TRACE
15 plt.figure()
16 plt.plot(t,v,'r+-')
17 plt.xlabel('t (adim)')
18 plt.ylabel('v (adim)')
19 plt.show()

```